

## 代数II 小テスト 2017-10-11

学年	学籍番号	氏名

[問1] 以下の文のそれぞれについて，正しいものには○を，正しくないものには×をカッコ内に記せ．ただし  $L/K$  は体の拡大で， $\alpha \in L$  である．

- ( )  $K[\alpha] \subsetneq K(\alpha)$  ならば， $\alpha$  は  $K$  上超越的である．
- ( )  $\alpha$  が  $K$  上代数的ならば， $K[\alpha]$  は体ではない．
- ( ) 実数  $\sqrt[3]{5}$  は  $\mathbb{Q}$  上代数的である．
- ( ) 円周率  $\pi$  は  $\mathbb{Q}(\pi^5)$  上代数的である．
- ( )  $\mathbb{Q}$  上代数的でも超越的でもない  $\mathbb{C}$  の元が存在する．
- ( )  $\alpha$  が  $K$  上代数的ならば， $\frac{1}{1+\alpha} \in K[\alpha]$  が成り立つ．
- ( )  $\alpha$  が  $X^{20} + X^7 + 1$  の根ならば， $[K(\alpha) : K] \leq 20$  である．
- ( )  $\alpha^3$  が  $K$  上代数的ならば， $\alpha$  も  $K$  上代数的である．
- ( )  $K(\alpha)/K$  が有限次拡大ならば， $\alpha$  は  $K$  上代数的である．
- ( )  $\alpha$  は  $K$  上代数的だが， $\alpha^3$  は  $K$  上超越的であることもあり得る．