

## 代数II 小テスト 2017-11-15

学年	学籍番号	氏名

[問1] 以下の文のそれぞれについて、正しいものには○を、正しくないものには×をカッコ内に記せ。

- ( ) 実数  $x, y$  がどちらも  $\mathbb{Q}$  上代数的ならば、複素数  $x + y\sqrt{-1}$  も  $\mathbb{Q}$  上代数的である。
- ( )  $\mathbb{Q}$  上超越的な実数  $x, y$  で、 $x + y\sqrt{-1}$  が  $\mathbb{Q}$  上代数的であるものが存在する。
- ( ) ガウスが初めて証明したとされる『代数学の基本定理』は、 $\mathbb{C}$  が代数的閉体であることを主張している。
- ( )  $L$  が  $\mathbb{Q}$  を含む代数的閉体ならば、任意の整数  $n$  について  $\sqrt{n} \in L$  が成り立つ。
- ( )  $S = \{\sqrt{n} \mid n \in \mathbb{Z}\}$  とおくと、 $\mathbb{Q}(S)$  は代数的閉体である。
- ( )  $\mathbb{Q}$  上代数的な複素数全体の集合は、代数的閉体である。
- ( )  $L, M$  を  $\mathbb{C}$  の部分体で、それぞれ  $\mathbb{Q}, \mathbb{Q}(\sqrt{-5})$  の代数的閉包とすると、 $L \subsetneq M$  が成り立つ。
- ( ) 代数的閉体は無限集合である。
- ( )  $L$  が体  $K$  の代数的閉包ならば、 $L/K$  の任意の中間体  $M$  について、 $L$  は  $M$  の代数的閉包である。
- ( )  $L$  を体  $K$  の代数的閉包とし、 $F(X, Y)$  を定数でない  $K$  上の2変数多項式とすると、 $F(x, y) = 0$  をみたす  $x, y \in L$  が存在する。