

## 代数II 小テスト 2018-10-03

### 答えと簡単な解説

[問1] 以下の文のそれぞれについて、正しいものには○を、正しくないものには×をカッコ内に記せ.

- (×) 3次方程式の解の公式は、西暦5世紀ごろにはほぼ知られていた.  
【解説】 正しくは16世紀である. おそらくはフェッロが最初に発見し, その後, タルタリアが再発見した. それをカルダノが出版したため, 「カルダノの公式」として後世に残された.
- (×) 4次方程式の解の公式は知られていない.  
【解説】 カルダノの弟子であるフェラーリが公式を発見した.
- (○) 3次方程式の解の公式に使われる1の原始3乗根は実数ではない.  
【解説】 1の原始3乗根は  $x^2 + x + 1 = 0$  の解なので実数ではない.
- (×) 5次方程式は, 2次方程式と3次方程式の解の公式を使えば解くことができる.  
【解説】 そりゃむちゃや.
- (○)  $(x^2 - y)(y^2 - x)$  は, 2つの不定元  $x, y$  に関する対称式である.  
【解説】  $x, y$  の入れ替えで不変である.
- (×)  $x^2 + y^2 - z^2$  は, 3つの不定元  $x, y, z$  に関する対称式である.  
【解説】 たとえば  $x, z$  の入れ替えで変化する.
- (○)  $n$  個の不定元に関する基本対称式は  $n$  個ある.  
【解説】 1次基本対称式から  $n$  次基本対称式まで, ちょうど  $n$  個ある.
- (○)  $n$  個の不定元に関する対称式  $f, g$  に対して, 和  $f + g$  も対称式である.  
【解説】 定義にしたがえば, 対称式である.
- (○)  $n$  個の不定元に関する対称式  $f, g$  に対して, 差  $f - g$  も対称式である.  
【解説】 定義にしたがえば, 対称式である.

[問2]  $(x^2 - y)(y^2 - x)$  を, 基本対称式  $s = x + y, t = xy$  の多項式として表せ.

【解説】 与式  $= x^2y^2 + xy - x^3 - y^3$  であるが,  $x^3 + y^3 = (x + y)^3 - 3xy(x + y)$  だから, 与式  $= \boxed{t^2 + t - s^3 + 3st}$ .