

代数II 小テスト 2018-11-07

学年	学籍番号	氏名

[問1] 以下の文のそれぞれについて，正しいものには○を，正しくないものには×をカッコ内に記せ．

- ( )  $\sqrt{5}$  は  $\mathbb{Q}(\sqrt{10})$  上代数的である．
- ( )  $\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt[3]{3}} + \frac{1}{\sqrt[4]{4}} + \frac{1}{\sqrt[5]{5}}$  は  $\mathbb{Q}$  上代数的である．
- ( )  $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[n]{n}}$  は  $\mathbb{Q}$  上代数的である．
- ( ) 1 のべき根全体の集合を  $W$  とする;  $W = \{z \in \mathbb{C} \mid \exists n \in \mathbb{N} \text{ s.t. } z^n = 1\}$  .  
このとき， $\mathbb{Q}(W)/\mathbb{Q}$  は代数拡大である．
- ( ) 複素数平面上の単位円を  $S$  とする;  $S = \{z \in \mathbb{C} \mid |z| = 1\}$  (前問の  $W$  は  $S$  の部分集合であることに注意)  $\alpha \in S$  かつ  $\alpha \notin W$  ならば，つねに  $\alpha$  は  $\mathbb{Q}$  上超越的である．
- ( ) 実数体  $\mathbb{R}$  は有理数体  $\mathbb{Q}$  上の代数拡大体である．
- ( ) 複素数体  $\mathbb{C}$  は実数体  $\mathbb{R}$  上の超越拡大体である．
- ( )  $L/K$  が超越拡大で  $M$  が  $K$  と異なる中間体ならば， $M/K$  はつねに超越拡大である．
- ( )  $L/K$  が超越拡大で  $M$  が  $L$  と異なる中間体ならば， $L/M$  はつねに超越拡大である．
- ( )  $L/K$  が無限次拡大ならば， $L/K$  は超越拡大である．