

代数II 小テスト 2017-12-12

学年	学籍番号	氏名

[問1] 以下の文のそれぞれについて，正しいものには○を，正しくないものには×をカッコ内に記せ．ただし， \bar{K} は体 K の代数的閉包である．

- () $\text{Conj}(1 + \sqrt{3}, \mathbb{Q}) = \{1 + \sqrt{3}, 1 - \sqrt{3}\}$ が成り立つ．
- () $\sqrt[3]{5} + 7$ と $\omega\sqrt[3]{5} - 7$ は \mathbb{Q} 上共役である．ここで， ω は1の原始3乗根とする．
- () $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ と $\sqrt{2} - \sqrt{3}$ は $\mathbb{Q}(\sqrt{3})$ 上共役である．
- () 体 K と $\alpha, \beta \in \bar{K}$ に対して， $\text{Conj}(\alpha, K) \cap \text{Conj}(\beta, K) \neq \phi$ ならば， $\text{Conj}(\alpha, K) = \text{Conj}(\beta, K)$ が成り立つ．
- () 体 K と $\alpha \in \bar{K}$ に対して $|\text{Conj}(\alpha, K)| > [K(\alpha) : K]$ が成り立つ．
- () L/K を体の拡大とし $\sigma \in \text{Aut}(L/K)$ とすると，任意の $\alpha \in L$ に対して $\sigma(\alpha) \in \text{Conj}(\alpha, K)$ が成り立つ．
- () 体の拡大 L/K の任意の中間体 M に対して， $\text{Aut}(L/M) \subset \text{Aut}(L/K)$ が成り立つ．
- () 体の拡大 L/K の任意の中間体 M に対して， $\text{Aut}(M/K) \subset \text{Aut}(L/K)$ が成り立つ．

[問2] 以下の α と K について， $\text{Conj}(\alpha, K)$ を求めよ．

(あ) $\alpha = \sqrt[4]{3} - 2, K = \mathbb{Q}$

(い) $\alpha = \sqrt{\sqrt{3} + \sqrt{2}}, K = \mathbb{Q}(\sqrt{3})$