

代数II 小テスト 2019-01-09

学年	学籍番号	氏名

[問1] 以下の文のそれぞれについて、正しいものには○を、正しくないものには×をカッコ内に記せ．

- () $X^4 - 5X^2 + 6$ の \mathbb{Q} 上の最小分解体は $\mathbb{Q}(\sqrt{6})$ である．
- () $\mathbb{Q}(\sqrt{2}, \sqrt{-2})$ は $X^4 + 1$ の \mathbb{Q} 上の最小分解体である．
- () 体の2次拡大はつねに正規拡大である．
- () 標数0の体の正規拡大はつねにガロア拡大である．
- () $\mathbb{Q}(\sqrt[3]{2})/\mathbb{Q}$ は正規拡大である．
- () $\mathbb{Q}(\sqrt[3]{2}, \sqrt{-3})$ は \mathbb{Q} 上の正規拡大体である．
- () ζ を1の原始5乗根とし $K = \mathbb{Q}(\zeta)$ とすると、 $\alpha^5 \in K$ をみたす任意の $\alpha \in \bar{K}$ について、 $K(\alpha)/K$ は正規拡大である．
- () 体の拡大 L/K が正規拡大ならば、任意の中間体 M について、 L/M 、 M/K はともに正規拡大である．
- () M を体の拡大 L/K の中間体とするとき、 L/M 、 M/K がともに正規拡大ならば L/K も正規拡大である．
- () 体 K 上代数的な元 α について、 $K(\alpha)/K$ が正規拡大であるためには、任意の $\beta \in \text{Conj}(\alpha, K)$ について $K(\alpha) = K(\beta)$ であることが必要十分である．