

# 代数入門

2019年度版

中野伸

(学習院大学・理学部・数学科)

# 目 次

<b>第1章 はじめに</b>	<b>1</b>
1.1 不定方程式 . . . . .	1
1.2 ピタゴラス方程式 . . . . .	2
1.3 フェルマーの最終定理 . . . . .	3
1.4 有名な問題 . . . . .	3
<b>第2章 整除関係</b>	<b>5</b>
2.1 割り算と余り . . . . .	5
2.2 約数・倍数 . . . . .	6
2.3 ユークリッドの互除法 . . . . .	7
<b>第3章 最小値原理と数学的帰納法</b>	<b>9</b>
3.1 最小値原理 . . . . .	9
3.2 最大公約数再論 . . . . .	11
<b>第4章 素数と素因数分解の一意性</b>	<b>13</b>
4.1 素数の定義 . . . . .	13
4.2 素数が無限個あること . . . . .	15
4.3 ゼータ関数 . . . . .	16
<b>第5章 整数の合同</b>	<b>17</b>
5.1 合同式 . . . . .	17
5.2 法に関する逆元 . . . . .	19
<b>第6章 合同式を解く</b>	<b>21</b>
6.1 1次合同式 . . . . .	21
6.2 中国の剰余定理 . . . . .	23
<b>第7章 剰余類と剰余環</b>	<b>25</b>
7.1 剰余類 . . . . .	25
7.2 剰余類の和と積 . . . . .	26
7.3 剰余環の分解 . . . . .	27
7.4 中国の剰余定理再論 . . . . .	28

<b>第 8 章 既約剰余類群とオイラー関数</b>	<b>29</b>
8.1 既約剰余類群 . . . . .	29
8.2 オイラー関数 . . . . .	30
8.3 オイラー関数の積公式 . . . . .	31
8.4 オイラー関数の和公式 . . . . .	32
<b>第 9 章 フェルマー、オイラーの定理</b>	<b>33</b>
9.1 フェルマーの定理 . . . . .	33
9.2 フェルマーテスト . . . . .	33
9.3 オイラーの定理 . . . . .	34
9.4 位数 . . . . .	35
<b>第 10 章 暗号システム</b>	<b>37</b>
10.1 暗号 . . . . .	37
10.2 Diffie-Hellman 鍵共有 . . . . .	37
10.3 RSA 公開鍵暗号 . . . . .	39
10.4 ハイブリッド暗号システム . . . . .	40
<b>第 11 章 平方剰余</b>	<b>41</b>
11.1 平方剰余記号 . . . . .	41
11.2 平方剰余の相互法則、補充法則 . . . . .	42
11.3 2次合同式 . . . . .	44
<b>第 12 章 補充法則と相互法則の証明</b>	<b>45</b>
12.1 補充法則の証明 . . . . .	45
12.2 ガウス和 . . . . .	45
12.3 もっとガウス和 . . . . .	47
12.4 相互法則の証明 . . . . .	48
<b>第 13 章 補遺</b>	<b>49</b>
13.1 孫子算経 . . . . .	49
13.2 命題 8.5 の証明 . . . . .	50
13.3 補題 12.7 の証明 . . . . .	50

間違いを見つけたら……、ひそかにそっと連絡して下さい……。

中野 伸 <shin.nakano@gakushuin.ac.jp>

白紙のページ